MATEMATICĂ – 9B
FUNCȚII AFINE
(pentru o perioadă de două săptămâni)

PRECIZĂRI:

1. Având în vedere faptul că seturile de fișe pe care vi le-am distribuit înaintea suspendării cursurilor au conținut sarcini de lucru pe care ar fi fost normal să le finalizați până la sfârșitul acestei săptămâni (28.03.2020), postez această fișă care are ca orizont de lucru două săptămâni începând de luni, 30.03.2020
2. Ar fi de așteptat ca rezolvările de până acum, precum și cele care vor urma, să le puteți prezenta atunci când vor reîncepe cursurile.
3. Conform adresei MEC nr. 79/10.03.2020, “cadrele didactice **pot menține în această perioadă** (perioada de suspendare a cursurilor) **legătura cu elevii**” prin orice mijloace (noi folosim site-ul școlii), dar aceeași notă menționează și că “precizăm că **aceste demersuri nu se substituie cursurilor din unitățile de învățământ** preuniversitar, <u>rolul lor fiind de a crea un cadru educațional în această perioadă</u>“. Așadar, precizăm că realizarea sarcinilor care decurg din fișele postate pentru diverse discipline <u>**nu vor fi notate**</u>, activitatea elevilor este deopotrivă benevolă, dar și în folosul lor. Pentru a stimula elevii în rezolvarea sarcinilor propuse, vom gândi la nivelul școlii un sistem de acordare a unor bonusuri, proporționale cu munca depusă de fiecare elev în această perioadă și care poate fi dovedită de fiecare elev în parte.
4. Pentru cei care doresc să aloce mai mult timp rezolvării de probleme la disciplina matematică sugerez folosirea culegerii aferente manualului (M&G Burtea), sau a resurselor de pe internet care pot fi găsite ușor prin utilizarea motorului de căutare Google.
5. Vreau să mai amintesc că acest timp este un timp care ar putea fi folositor reîmprospătării noțiunilor teoretice învățate până la acest moment.

BREVIAR TEORETIC

Definiție. Orice funcție $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ unde $a, b \in \mathbb{R}$ se numește funcție afină.
Cazuri particulare:

1. Dacă $a \neq 0$ funcția se numește funcție de gradul I, exemplu: $f(x) = \frac{4}{5}x - 3, a = \frac{4}{5}, b = -3$
2. Dacă $b = 0$ funcția se numește funcție liniară, exemplu: $f(x) = \frac{4}{5}x$, $a = \frac{4}{5}, b = 0 - 3$
3. Dacă $a = 0$ funcția este o funcție constant, exemplu: $f(x) = -3$, $a = 0, b = -3$

Alte aspect cu privire la funcțiile affine:

1. Graficul funcției:
   - Cazul 1: graficul este o dreaptă oblică
   - Cazul 2: graficul este o dreaptă care trece prin originea sistemului de coordinate
   - Cazul 3. graficul este o dreaptă paralelă cu axa *Ox*
2. Monotonia funcției este dată de semnul lui *a*: $a > 0$ -funcția este strict crescătoare
   $a < 0$ -funcția este strict descrescătoare
3. Semn:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x) = ax + b$	semn contrar semnului lui *a*	0	semnul lui *a*	

PROBLEME PROPUSE

Voi grupa problemele propuse pe următoarele categorii:

I. Ecuații de gradul I
II. Determinarea funcțiilor afine, graficul și restricții ale funcțiilor
III. Monotonia funcției de gradul I
IV. Semnul funcției de gradul I

I. Ecuații de gradul I

1. Să se rezolve ecuațiile:

a) $\frac{4x-1}{3}-\frac{2x-1}{4}=1$; b) $\frac{x-5}{x-2}=\frac{x-3}{x-4}$; c) $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x+3}=\frac{1}{x^2-9}$; d) $\frac{x-1}{x+2}-\frac{x+1}{x-2}=\frac{2x^2+x+2}{x^2-4}$.

2. Determinați valoarea reală a parametrului *m* astfel încât ecuațiile să admită soluția x_0 indicată:

a) $m(x+2)=x(m-5),\ x_0=2$; b) $\frac{x-1}{4}+\frac{mx+2}{5}=1,\ x_0=1$; c) $\frac{2mx+1}{3}+\frac{3mx-2}{2}=2m,\ x_0=\frac{1}{m}, m\neq 0$.

3. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ și să se discute după valorile parametrului real *m* ecuațiile:

a) $mx+2=2x+3m$; b) $mx+3=3x+m$; c) $m^2x+1=2m-x$; d) $m^2x+6=2m+9x$;

e) $\frac{mx+1}{x-1}+\frac{mx+2}{x+1}=\frac{2mx^2+m}{x^2-1}$; f) $\frac{x-1}{m-1}=\frac{x+1}{m+1}$; g) $\frac{x+2}{x-m}=\frac{x-1}{x+m}$.

4. A. Fie ecuația $mx=x+2, m\in\mathbb{R}$.

a) să se rezolve în $\mathbb{R}$ și să se discute după valorile parametrului real *m*.

b) Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât ecuația să aibă soluția în intervalul $(2,3]$.

c) Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât ecuația să aibă soluție întreagă.

d) Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât ecuația să aibă soluția un număr natural.

B. Aceleași cerințe pentru ecuația $\frac{mx+2}{x+2}+\frac{mx-2}{x-2}=\frac{2mx^2+mx-10}{x^2-4}$.

II. Determinarea funcțiilor afine, graficul și restricții ale funcțiilor

1. Să se determine intersecțiile cu axele de coordinate ale graficului fiecăreia dintre funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ următoare: a) $f(x)=2-3x$; b) $f(x)=\left(3-2\sqrt{2}\right)x+\sqrt{2}-1$; c) $f(x)=(0{,}1+0{,}01)x-\frac{1}{2}-\frac{1}{20}$.
2. Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât intersecțiile cu axekle de coordinate ale graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ să fie punctele A și B, unde: a) $f(x)=-4-2x,\ A(a^2-3a,0)$ și $B(0,3b-1)$;
   b) $f(x)=2bx+3a^2-7a,\ b\neq 0,\ A(3,0)$ și $B(0,-2)$;
3. Să se calculeze lungimea segmentului [AB], unde A și B reprezintă intersecțiile cu axele de coordonate ale graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$:
   a) $f(x)=3-2x$ b) $f(x)=x\sqrt{2}+\sqrt{8}$ c) $f(x)=\left(1-\sqrt{3}\right)x+4-2\sqrt{3}$.
4. Să se afle aria triunghiului determinat de graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ și axele de coordinate pentru:
   a) $f(x)=2-x$ b) $f(x)=-6-2x$
5. Să se determine funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ al căror graphic este reprezentat de dreptele:
   a) $y=8+x$; b) $3y=x$; c) $2x-3y+1=0$;
   Ind. Se determină *y=f(x)* din fiecare relație de mai sus.
6. Să se determine funcțiile de gradul întâi $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ în fiecare caz:
   a) $f(1)=-2, f(2)=1$; b) graficul funcției conține punctele $A\left(\frac{1}{5},3\right)$ și $B\left(\frac{1}{2},-1\right)$
   Ind. $A(x_0,y_0)\in G_f \leftrightarrow f(x_0)=y_0$
7. a) Să se determine funcția de gradul I al cărei graphic intersectează axa *Ox* în punctual de abscisă -1 și axa *Oy* în punctual de ordonată -2.
   b) Să se determine funcția de gradul I al cărei grafic formează cu axele *Ox* și *Oy* un triunghi dreptunghic isoscel având ipotenuza de lungime 10.
8. Fie funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ în fiecare dintre situațiile:
   a) Graficul funcției $f(x)=2m(x-3)+6$ trece prin originea reperului *xOy;*
   b) Graficul funcției $f(x)=-3x-4m+2$ conține punctul $P\left(\frac{1}{3},m\right)$;
   c) Graficul funcției $f(x)=(2-|m|)x-1$ este o dreaptă paralelă cu *Ox;*
   d) Graficul funcției $f(x)=2x-3m+7$ este o dreaptă $x=5m$ paralelă cu *Oy*.
9. Să se arate că punctele A, B, C sunt coliniare, unde:

a) $A(1,2), B(3,0), C(2,1)$;

b) $A(1,1), B(2,4), C(-1,-5)$;

Ind. Se determină , de exemplu, funcția determinată de punctele A și B și se arată că punctual C aparține graficului lui *f.*

10. Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele A, B, C să fie coliniare, unde:
    a) $A(-1,1), B(1,2), C(a, 1)$;
    b) $A(0,1), B(0,2), C(\,|2a-3|, -3)$;
    c) $A(-2,0), B(-3,0), C(2, a^2 - a - 6)$;
    d) $A(a-1,-1), B(a, a+2), C(a+1, 4a+1)$.

11. Să se determine funcția al cărei graphic este:
    a) dreapta AB, unde $A(-1,1), B(2,-2)$;
    b) semidreapta [CD, unde $C(0,2), D(1,4)$;
    c) segmental [EF], unde $E(0-1,2), F(1,-4)$;
    d) reuniunea segmentelor [MN] și [NP], unde $M(-2,1), N(0,3), P(1,1)$;
12. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x + 3$. Să se determine câte o restricție pe un interval *I* a funcției *f* astfel încât graficul acesteia să fie:
    a) un segment deschis; b) un segment închis; o semidreaptă închisă.
13. Să se reprezinte grafic funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ următoare:
    a) $f(x) = x$; b) $f(x) = -x$; c) $f(x) = 2$; d) $f(x) = \begin{cases} 2-x, x \le 1 \\ 2x,\ \ x > 1 \end{cases}$
14. Să se reprezinte grafic funcțiile:
    a) $f: [2, \infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 1$; b) $f: [1, 2) \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 1$;
    c) $f: (-\infty, 1) \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 1$; d) $f: \{0, 1, 2\} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 1$.
15. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x - 4$. Să se reprezinte grafic restricțiile lui f la fiecare dintre intervalele *I* de mai jos:
    a) $I = [-1,2]$; b) $I = (-\infty, 0)$; c) $I = \{-4, -3, -2, 1, 2\}$; d) $I = [3, \infty)$.
16. Să se reprezinte graphic funcțiile:
    a) $f: (-\infty, -1] \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x - 1$; b) $f: [-3,1] \to \mathbb{R},\ f(x) = 1 - x$;
    c) $f: (-\infty, -1] \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x - 1$; d) $f: (1, 3) \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 5$.
17. Să se afle valoarea lui $a \in \mathbb{R}$ și să se reprezinte grafic $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, unde:
    a) $f(x) = \begin{cases} x + a, & x \ge a \\ -x + a, & x < a \end{cases}$ și $f(3) = 5$
    b) $f(x) = \begin{cases} -2x + a^2 - 2a, & x > a \\ x + |2a - 1| - 1, & x \le a \end{cases}$ și $f(1) = 1$.

18. Să se determine $m, n \in \mathbb{R}$ astfel încât graficul funcțiilor $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ să fie o dreaptă:
    a) $f(x) = \begin{cases} 2, & x < 1 \\ (m-1)x + 3n - 4, & x \ge 1 \end{cases}$; b) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 1 \\ (m^2 - 4)x + m + 1, & x \ge 1 \end{cases}$
19. Să se reprezinte grafic funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, știind că:
    a) f este funcție pară și pentru $x \ge 0$ funcția este $f(x) = 3x + 1$.
    b) f este funcție impară și pentru $x < 0$ funcția este $f(x) = 1 - 2x$.
    c) funcția este impară, $f(x) = x$ pentru $x \in [0, 2]$ și $f(x) = 3$ pentru $x \in (2, \infty)$
    Ind. Se ține cont că graficul unei funcții pare este simetric în raport cu axa *Oy*, iar al unei funcții impare este simetric față de originea reperului.
20. Să se arate că graficele funcțiilor $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x\sqrt{3}$ și $g(x) = 6 - x\sqrt{3}$ formează cu axa *Ox* un triunghi echilateral.

NOTĂ. Problemele au fost selectate din *G.&R. Georgescu – ALGEBRĂ, exerciții și problem clasa a IX-a, Ed. Waldpress*